

RAPPELS : $e^0 = 1$ $e^1 = e$ Pour tout $x \in \mathbb{R} : \ln(e^x) = x$ Pour tout $x \in \mathbb{R}_*^+ : e^{\ln x} = x$

Pour tous réels a et b strictement positifs, on a les égalités :

$$e^{a+b} = e^a \times e^b$$

$$e^{a-b} = \frac{e^a}{e^b}$$

$$e^{-a} = \frac{1}{e^a}$$

$$e^{ab} = (e^a)^b$$

EXERCICE 1A.1 Chercher le nombre qui n'est pas égal aux deux autres:

$$2 + \frac{1}{e}$$

$$e^{-1} + 2$$

$$\frac{2e+1}{e}$$

EXERCICE 1A.2

1. Décomposer les expressions comme dans l'exemple a. :

a. $e^{5+x} = e^5 \times e^x$

b. $e^{3-y} =$

c. $e^{-x} =$

d. $e^{2x} =$

e. $e^{2x+3} =$

f. $e^{-5x} =$

g. $e^{4x-3y} =$

h. $e^{x^2} =$

2. Recomposer les expressions comme dans l'exemple a. :

a. $e^5 \times e^x = e^{5+x}$

b. $e^3 \times e^y =$

c. $\frac{e^x}{e^3} =$

d. $\frac{1}{e^y} =$

e. $e^{2x+3} \times e^{x-2} =$

f. $\frac{e^{2x+3}}{e^{x-2}} =$

g. $(e^x)^3 =$

h. $(e^x)^5 \times e^{3x+1} =$

i. $\frac{e^{2x+3}}{(e^x)^2} =$

j. $\frac{1}{e^{4x}} =$

k. $e^{3x} \times e^{-7x} =$

l. $\frac{1}{(e^x)^2} =$

3. Sachant que $x \in]0 ; +\infty[$, écrire plus simplement :

a. $e^{5 \ln x} =$

b. $\ln \frac{1}{e^x} =$

c. $\ln(3e^x) =$

d. $e^{-2 \ln x} =$

e. $e^{2+\ln x} =$

f. $\ln \frac{e^x}{5} =$

EXERCICE 1A.3

1. Résoudre dans \mathbb{R} les équations :

a. $e^x = 3$

b. $e^x = 1$

c. $e^{3x} = 2$

d. $e^x = -2$

e. $\frac{1}{e^{4x}} = 3$

f. $e^x = 0$

2. Résoudre dans \mathbb{R} les inéquations :

a. $e^{x-1} > 3$

b. $3e^x - 1 \leq 0$

c. $2 - e^{2x} < 0$

3. Après avoir résolu les inéquations nécessaires, établir le tableau de signe des expressions suivantes :

a. $a(x) = e^{3x} - 1$

b. $b(x) = e^{-2x} + 3$

c. $c(x) = -e^x - 5$

CORRIGE – Notre Dame de La Merci – Montpellier

EXERCICE 1A.1 Chercher le nombre qui n'est pas égal aux deux autres:

$$2 + \frac{1}{e} = \frac{2e}{e} + \frac{1}{e} = \frac{2e+1}{e} \quad e^{-1} + 2 = \frac{1}{e} + 2 = \frac{1}{e} + \frac{2e}{e} = \frac{1+2e}{e} \quad \frac{2e+1}{e}$$

EXERCICE 1A.2

1. Décomposer les expressions comme dans l'exemple a. :

a. $e^{5+x} = e^5 \times e^x$

b. $e^{3-y} = e^3 \times e^{-y} = \frac{e^3}{e^y}$

c. $e^{-x} = \frac{1}{e^x}$

d. $e^{2x} = e^x \times e^x$

e. $e^{2x+3} = e^{2x} \times e^3$

f. $e^{-5x} = \frac{1}{e^{5x}}$

g. $e^{4x-3y} = e^{4x} \times e^{-3y} = \frac{e^{4x}}{e^{3y}}$

h. $e^{x^2} =$

2. Recomposer les expressions comme dans l'exemple a. :

a. $e^5 \times e^x = e^{5+x}$

b. $e^3 \times e^y = e^{3+y}$

c. $\frac{e^x}{e^3} = e^{x-3}$

d. $\frac{1}{e^y} = e^{-y}$

e. $e^{2x+3} \times e^{x-2} = e^{2x+3+(x-2)} = e^{3x+1}$

f. $\frac{e^{2x+3}}{e^{x-2}} = e^{2x+3-(x-2)} = e^{x+5}$

g. $(e^x)^3 = e^x \times e^x \times e^x = e^{3x}$

h. $(e^x)^5 \times e^{3x+1} = e^{5x} \times e^{3x+1} = e^{5x+3x+1} = e^{8x+1}$

i. $\frac{e^{2x+3}}{(e^x)^2} = \frac{e^{2x+3}}{e^{2x}} = e^{2x+3-2x} = e^3$

j. $\frac{1}{e^{4x}} = e^{-4x}$

k. $e^{3x} \times e^{-7x} = e^{3x-7x} = e^{-4x}$

l. $\frac{1}{(e^x)^2} = \frac{1}{e^{2x}} = e^{-2x}$

3. Sachant que $x \in]0 ; +\infty[$, écrire plus simplement :

a. $e^{5 \ln x} = e^{\ln(x^5)} = x^5$

b. $\ln \frac{1}{e^x} = \ln(e^{-x}) = -x$

c. $\ln(3e^x) = \ln\left(e^{\ln(3e^x)}\right) = x^3$

d. $e^{-2 \ln x} = e^{\ln(x^{-2})} = x^{-2} = \frac{1}{x^2}$

e. $e^{2+\ln x} = e^2 \times e^{\ln x} = e^2 \times x$

f. $\ln \frac{e^x}{5} = \ln(e^x) - \ln 5 = x - \ln 5$

EXERCICE 1A.3

1. Résoudre dans \mathbb{R} les équations :

a. $e^x = 3 \Leftrightarrow x = \ln 3$

b. $e^x = 1 \Leftrightarrow x = \ln 1 = 0$

c. $e^{3x} = 2 \Leftrightarrow 3x = \ln 2$

$\Leftrightarrow x = \frac{1}{3} \ln 2$

e. $\frac{1}{e^{4x}} = 3 \Leftrightarrow e^{-4x} = 3$

d. $e^x = -2 \rightarrow$ pas de solution

$\Leftrightarrow -4x = \ln 3$

f. $e^x = 0 \rightarrow$ pas de solution

$\Leftrightarrow x = -\frac{1}{4} \ln 3$

2. Résoudre dans \mathbb{R} les inéquations :

a. $e^{x-1} > 3$

\ln est une fonction croissante

$$\Leftrightarrow \ln(e^{x-1}) > \ln 3$$

$$\Leftrightarrow x-1 > \ln 3$$

$$\Leftrightarrow x > 1 + \ln 3$$

b. $3e^x - 1 \leq 0$

$$\Leftrightarrow e^x \leq \frac{1}{3}$$

\ln est une fonction croissante

$$\Leftrightarrow \ln(e^x) \leq \ln \frac{1}{3}$$

$$\Leftrightarrow x \leq -\ln 3$$

c. $2 - e^{2x} < 0$

$$\Leftrightarrow 2 < e^{2x}$$

\ln est une fonction croissante

$$\Leftrightarrow \ln 2 < \ln(e^{2x})$$

$$\Leftrightarrow \ln 2 < 2x$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} \ln 2 < x$$

3. Après avoir résolu les inéquations nécessaires, établir le tableau de signe des expressions suivantes :

a. $a(x) = e^{3x} - 1$

$$e^{3x} - 1 > 0$$

$$\Leftrightarrow e^{3x} > 1$$

\ln est une fonction croissante

$$\Leftrightarrow \ln(e^{3x}) > \ln 1$$

$$\Leftrightarrow 3x > 0$$

$$\Leftrightarrow x > 0$$

x	$-\infty$	\emptyset	$+\infty$
$a(x)$	-		+

b. $b(x) = e^{-2x} + 3$

$$e^{-2x} + 3 > 0$$

$$\Leftrightarrow e^{-2x} > -3$$

or $\forall x \in \mathbb{R}, e^x > 0$

donc $\forall x \in \mathbb{R} :$

$$e^{-2x} > 0 > -3$$

x	$-\infty$	$+\infty$
$b(x)$		+

c. $c(x) = -e^x - 5$

$$-e^x - 5 > 0$$

$$\Leftrightarrow -e^x > 5$$

$$\Leftrightarrow e^x < -5$$

ce qui est impossible

x	$-\infty$	$+\infty$
$c(x)$		-